

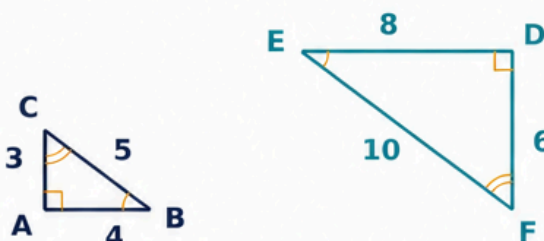


TRIÂNGULOS: A FORMA PERMANECE

Mini aula
• 1 de 2

Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

1 O QUE SIGNIFICA SER SEMELHANTE?



Medidas em cm • Esquemas fora de escala

Dois triângulos semelhantes têm:

- ângulos correspondentes iguais;
- lados correspondentes proporcionais.

Podem mudar de tamanho,
girar ou ficar espelhados.
A forma permanece.



2 CORRESPONDÊNCIA ANTES DA CONTA

- No esquema: $A \leftrightarrow D$, $B \leftrightarrow E$ e $C \leftrightarrow F$.
- Logo, $AB \leftrightarrow DE$, $AC \leftrightarrow DF$ e $BC \leftrightarrow EF$.
- Comparamos sempre na mesma ordem:
imagem ÷ original.

$$\frac{DE}{AB} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{DF}{AC} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{10}{5} = 2$$

O mesmo fator $k = 2$ multiplica os três lados.

Se $k = 1$, os triângulos têm também o mesmo tamanho: são **congruentes**.

3 AA: DOIS ÂNGULOS BASTAM

- A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
- Triângulo **ABC**:
 $A = 35^\circ$, $B = 75^\circ \rightarrow C = 180^\circ - 35^\circ - 75^\circ = 70^\circ$.
- Triângulo **DEF**:
 $D = 75^\circ$, $F = 35^\circ \rightarrow E = 180^\circ - 75^\circ - 35^\circ = 70^\circ$.
- Correspondência: $A \leftrightarrow F$, $B \leftrightarrow D$, $C \leftrightarrow E$.
- Portanto, $ABC \sim FDE$ pelo caso **AA** (ângulo-ângulo).



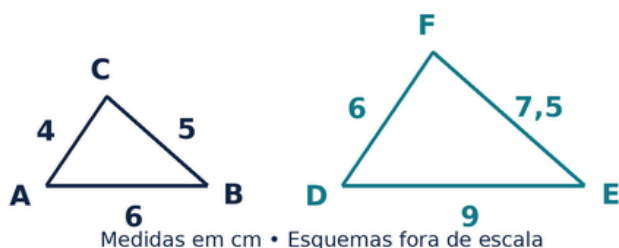
Não é preciso medir todos os lados: dois ângulos iguais já garantem a semelhança.



QUAIS DADOS SÃO SUFICIENTES?

Mini aula • 2 de 2

1 LLL: TRÊS PARES DE LADOS



Três pares de lados correspondentes com a mesma razão garantem a semelhança.

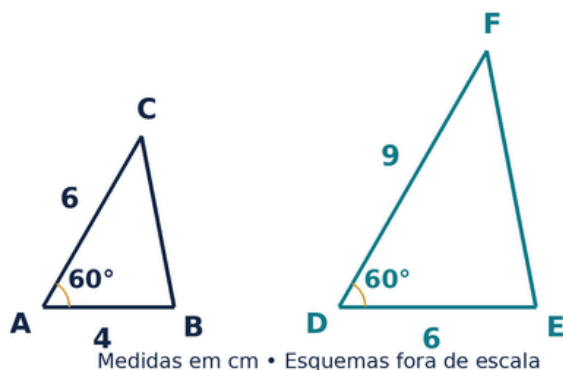
No exemplo, os lados são 4, 5 e 6; e 6, 7,5 e 9.

$$\frac{6}{4} = \frac{7,5}{5} = \frac{9}{6} = 1,5.$$

Logo, são semelhantes por **LLL** (lado-lado-lado).



2 LAL: O ÂNGULO DEVE ESTAR ENTRE OS LADOS



Dois pares de lados proporcionais e o ângulo ENTRE eles igual garantem a semelhança.

No exemplo:

4 e 6 cm, com 60° entre eles;
6 e 9 cm, também com 60° entre eles.

$$\frac{6}{4} = \frac{9}{6} = 1,5.$$

Logo, são semelhantes por **LAL** (lado-ângulo-lado).



A igualdade de um ângulo em outra posição **não basta** para aplicar **LAL**.

3 NECESSÁRIO OU SUFICIENTE?

- Necessário:** todo par de triângulos semelhantes tem ângulos correspondentes iguais e lados proporcionais.
- Suficiente:** verificar AA, LLL ou LAL já permite concluir que há semelhança.
- Um único ângulo igual **NÃO** basta.
- Mesma soma dos lados também **NÃO** basta:
4, 6 e 8; e 5, 6 e 7 têm perímetro 18, mas suas razões não coincidem.



LEMBRE-SE: justifique com dados e um critério.
A aparência do desenho **não é uma prova**.

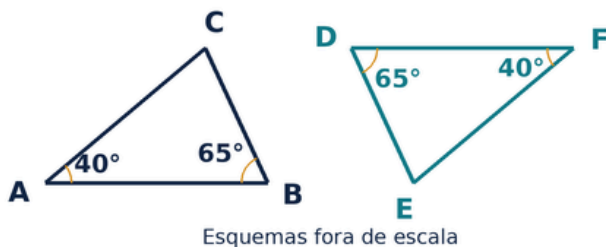




RECONHEÇA E JUSTIFIQUE

Atividades 1 a 3

1. A posição não muda os ângulos



Esquemas fora de escala

No esquema: $A = 40^\circ$, $B = 65^\circ$,
 $D = 65^\circ$ e $F = 40^\circ$.

- Calcule C e E.
- Indique a correspondência entre os vértices e escreva a relação de semelhança na ordem correta.
- Qual critério garante a conclusão? Explique por que o terceiro par de ângulos também é igual.



2. Ampliação ou simples acréscimo?

Um triângulo tem lados de 6, 8 e 10 cm. Analise os candidatos:

Candidato	Lados (cm)
I	9, 12 e 15
II	7, 9 e 11
III	3, 4 e 5

- Quais são semelhantes ao original? Justifique com as três razões e indique o fator de cada um.



- Por que somar 1 cm a cada lado não preserva necessariamente a forma?

3. A informação decisiva

Em ABC: $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm e $A = 50^\circ$.

Em DEF: $DE = 10$ cm, $DF = 16$ cm e $D = 50^\circ$.

- Os dados garantem semelhança? Mostre as razões e identifique o ângulo entre os lados.



- Se apenas D mudar para 70° , ainda podemos usar LAL? Explique qual condição deixou de ser atendida.



TESTE A CONCLUSÃO

Atividades 4 a 6

4. Os dados bastam?

Classifique cada conjunto como suficiente ou insuficiente para garantir semelhança. Justifique; quando possível, cite o critério.

I. Um ângulo de 45° em cada triângulo.

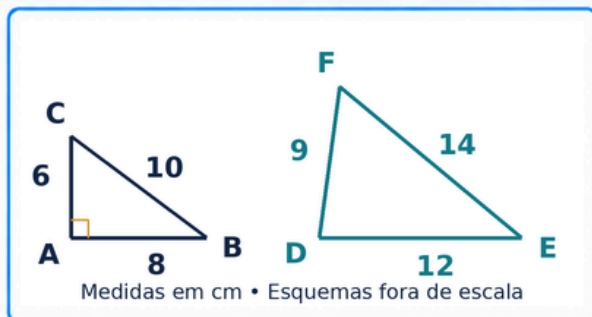
II. Ângulos de 90° e 35° em cada triângulo.

III. Lados 4, 6 e 8 cm; e 6, 9 e 12 cm.



5. A ampliação preservou a forma?

Um símbolo triangular tem lados de 6, 8 e 10 cm.
A proposta de ampliação tem lados de 9, 12 e 14 cm.



a) A proposta é semelhante ao original? Confira as três razões.

b) Mantendo 9 e 12 cm como lados correspondentes a 6 e 8 cm, qual deve ser o terceiro lado? Explique o critério que garante a forma.

6. Construa uma justificativa

Desenhe dois triângulos de tamanhos diferentes, ambos com ângulos de 50° e 60° .

- a) Marque os vértices correspondentes e calcule o terceiro ângulo.
b) Explique por que são semelhantes. Só esses ângulos permitem afirmar que um tem lados duas vezes maiores? Qual dado adicional você precisaria?



Seu desenho

Sua justificativa